

Συναρτήσεις

Άσκηση 1 Να σχεδιάσετε στο καρτεσιανό επίπεδο τα παρακάτω σημεία και να βρείτε τις αποστάσεις μεταξύ τους:

$$A(2,0), B(0,-2) C(-2,0) D(0,2)$$

Ύστερα, να σχεδιάσετε για καθένα από αυτά, το συμμετρικό τους ως προς:

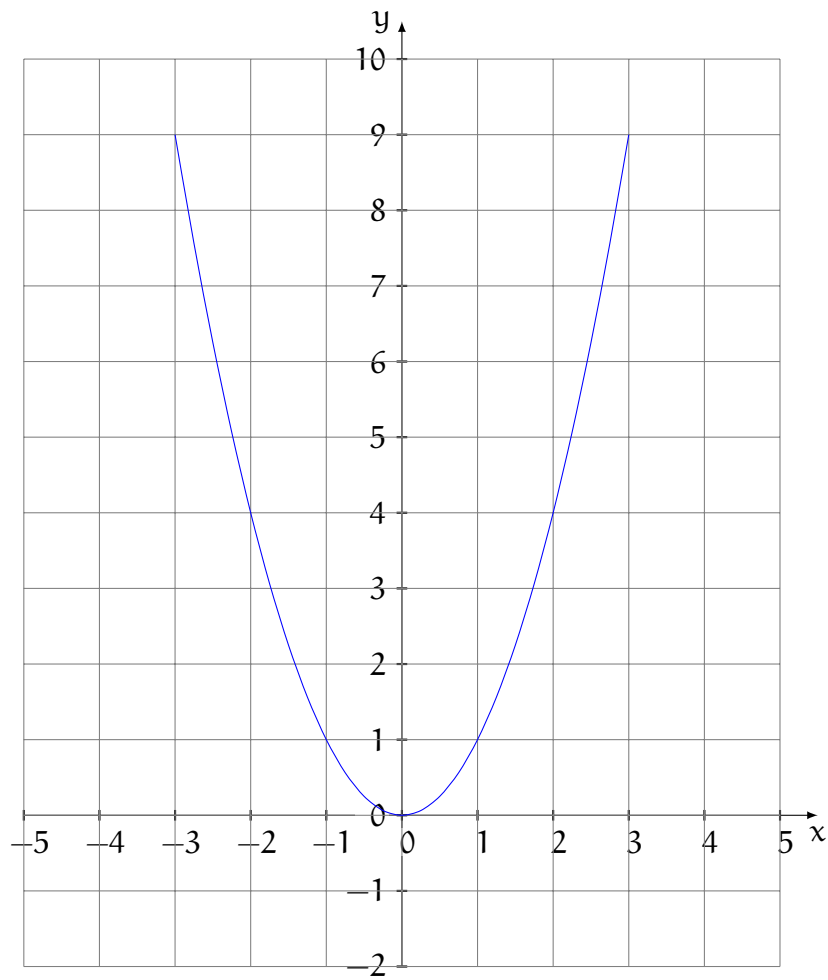
1. Τον άξονα $x'x$.
2. Τον άξονα $y'y$.
3. Ως προς την αρχή των αξόνων
4. Ως προς την ευθεία $y = x$

Έστω σημείο $K(1,1)$. Μπορείτε να σχεδιάσετε το συμμετρικό του ως προς την ευθεία $y = 2x + 1$;

Άσκηση 2 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το γράφημα μίας συνάρτησης f , της οποίας δεν γνωρίζουμε τον τύπο.

Να βρείτε:

1. Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
2. Τις τιμές $f(0), f(-1), f(3)$
3. Τους αριθμούς x για τους οποίους ισχύει $f(x) = 4$.
4. Ως προς ποιόν άξονα είναι το γράφημα της συνάρτησης συμμετρικό; Η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή;
5. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.
6. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η f παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή.
7. Να βρείτε την απόσταση των σημείων $A(1, f(1))$ και $B(-1, f(-1))$.
8. Έστω τρίγωνο ABO , όπου A, B τα σημεία του προηγούμενου ερωτήματος, και O η αρχή των αξόνων. Να εξετάσετε αν είναι ισοσκελές.



Άσκηση 3 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

1. Να βρείτε τα σημεία τομής του γραφήματος της με τον άξονα x' .
2. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα x για τα οποία $f(x) = 2$.
3. Να βρείτε την τιμή $f(2)$. Μπορεί να παίρνει η f δύο τιμές για $x = 2$;
4. Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα x για τα οποία $f(x) = 1 - 3x$.

Άσκηση 4 Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x < 1 \\ (x-2)^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

Να βρείτε τις τιμές: $f(0)$, $f(2)$, $f(1)$.

Άσκηση 5

Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις.

- $f(x) = x + 1$
- $g(x) = 1 - x^2$
- $h(x) = x^2 + 3x - 2$
- $j(x) = x^2 - 4x + 11$
- $n(x) = \sqrt{x - 2}$
- $z(x) = |x + 1|$
- $k(x) = x^3 - 8$
- $l(x) = 1 - x - x^2$
- $m(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

Να βρείτε:

1. Τα σημεία τομής(αν υπάρχουν) των γραφημάτων των παρακάτω συναρτήσεων με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
2. Ποίες είναι άρτιες, περιττές ή τίποτα από τα δύο.
3. Το πεδίο ορισμού τους.
4. Είναι εύκολο να βρεθεί το πεδίο τιμών σε τέτοιου τύπου συναρτήσεις;

Άσκηση 6

Να γίνει το ίδιο για τις παρακάτω συναρτήσεις:

1.

$$f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$$

2.

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$

3.

$$v(x) = \frac{x + 4}{\sqrt{3x - 2}}$$

4.

$$c(x) = \frac{9 - x^2}{2}$$

5.

$$a(x) = \frac{3}{|2 - x|}$$

Άσκηση 7 Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 1$ και $g(x) = 2x^2 - 5x + 6$.

Να βρείτε αν έχουν κοινά σημεία οι γραφικές τους παραστάσεις, και ύστερα να βρείτε τα σημεία που η γραφική παράσταση της f είναι πάνω από τον x' .

Άσκηση 8 Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις παρακάτω συναρτήσεις:

1.

$$f_1(x) = \frac{1}{x}$$

2.

$$f_2(x) = \frac{1}{x} + 1$$

3.

$$f_3(x) = \frac{1}{x} - 2$$

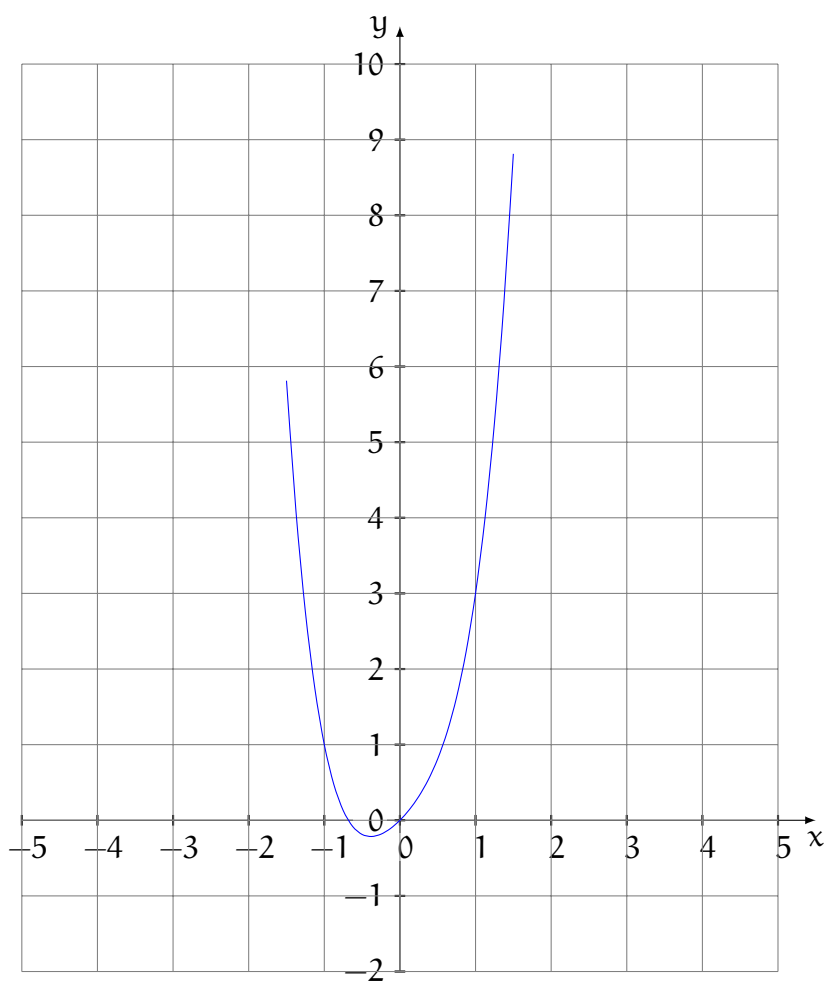
4.

$$f_4(x) = \frac{1}{x - 2}$$

5.

$$f_5(x) = \frac{1}{x + 3}$$

Άσκηση 9 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το γράφημα μίας συνάρτησης f , η οποία έχει πεδίο ορισμού το $[-1.5, 1.5]$.



Να βρείτε:

1. Τις τιμές $f(0)$, $f(-1)$, Μπορείτε να βρείτε την τιμή $f(3)$;
2. Τους αριθμούς x για τους οποίους ισχύει $f(x) = 3$.
3. Ως προς ποιόν άξονα είναι το γράφημα της συνάρτησης συμμετρικό; Η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή;
4. Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.
5. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η f παίρνει μέγιστη και ελάχιστη τιμή.
6. Να βρείτε την απόσταση των σημείων $A(1, f(1))$ και $B(-1, f(-1))$.

Άσκηση 10 Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

1.

$$g(x) = 4x - 1$$

2.

$$a(x) = \frac{4}{1-x}$$

3.

$$z(x) = x^3 + 1$$

4.

$$q(x) = x^2 + 3x - 4$$

5.

$$r(x) = \sqrt{x - x^2}$$