

Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση

Άσκηση 1 Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα:

$$\alpha') \quad \begin{cases} 5^x - 1 = 2^y \\ 5^x + 2^y = 2 \end{cases}$$

$$\beta') \quad \begin{cases} 3^{2x} = 81 \cdot 9^y \\ 5^x = 25 \cdot 5^y \end{cases}$$

Άσκηση 2 Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

$$1. 5^{x^2-5x+8} < 25$$

$$2. 9^{2x+5} < 9^{1-x^2}$$

Άσκηση 3 Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$1. 4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

$$2. 11 \cdot 9^x - 3^x - 10 = 0$$

$$3. (3^x)^2 - 9 \cdot 3^x + 2 = 0$$

Άσκηση 4 Να εξηγήσετε την διαφορά μεταξύ της εξίσωσης 3 της προηγούμενης άσκησης και της

$$3^{x^2} - 9 \cdot 3^x + 2 = 0$$

Έχουν κοινές λύσεις;

Η εξίσωση $\log_x y = z$ διαβάζεται ως:

”ο z είναι ο αριθμός στον οποίο αν υψωθεί ο x δίνει y ”.

Δηλαδή

$$\log_x y = z \iff x^z = y$$

Άσκηση 5 Να βρεθεί το x στις παρακάτω εξισώσεις:

1. $\log_{10} 1000 = x$
2. $\log_x 100 = 2$
3. $\log_4 x = 3$
4. $\log_{10} 10 = x$
5. $\log_x 32 = 5$
6. $\log_e e^3 = x$
7. $\log_x e^2 = 2$
8. $e^{x+1} = 1$
9. $e = e^{x^2+1}$
10. $e^{x^2-3x} = e^2$

Άσκηση 6 Να παραστήσετε γραφικά τις παρακάτω συναρτήσεις:

- $f(x) = 3^x$
- $g(x) = 2^{x+1}$
- $h(x) = e^{-x}$
- $j(x) = e^x$
- $k(x) = 4^{1-x}$
- $l(x) = 27^0$
- $m(x) = 27^1$

Άσκηση 7 Να βρεθεί η τιμή των παρακάτω λογαρίθμων:

1. $\log_{10} 1000$
2. $\log_3 81$
3. $\log_4 64$
4. $\log_{\sqrt{3}} 27$
5. $\log_{2^{1/3}} 8$
6. $\log_{e^2} e^3 20$
7. $\log_{0.01} 10$

Άσκηση 8 Να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

1. $a(x) = \ln x$

2. $a(x) = \ln x + 1$

3. $a(x) = \ln x - 5$

4. $a(x) = \ln |x|$

5. $a(x) = \ln |x| + 1$

6. $a(x) = \ln |x + 1|$