

Ευθεία

Άσκηση 1 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι:

- Παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{a} = (1, 2)$ και περνάει από το σημείο $A(0, 1)$.
- Σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα $x'x$ και περνάει από την αρχή των αξόνων.
- Κάθετη με το διάνυσμα $\vec{b} = (3, -1)$ και περνάει από το $R(1, 2)$.
- Περνάει από τα σημεία $A(4, 2)$ και $B(0, 3)$.
- Σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα $y'y$ και τέμνει τον $y'y$ στο σημείο $K(0, 5)$.

Άσκηση 2 Έστω (ϵ) η ευθεία που είναι παράλληλη με τον $x'x$ και περνάει από το σημείο $F(1, 1)$. Να βρεθεί **διάνυσμα** που περνάει από την αρχή των αξόνων, είναι κάθετο στην (ϵ) και για το οποίο ισχύει ότι το ένα τρίτο του συνολικού μήκους του βρίσκεται πάνω από την (ϵ) .

Άσκηση 3 Έστω τα σημεία $A(1, 0)$, $B(3, 1)$, $C(1, -1)$, $D(3, 0)$, $E(0.5, 0)$.

1. Να εξετάσετε ποιές είναι οι τριάδες σημείων που μπορούν να σχηματίσουν τρίγωνο.
2. Διαλέξτε μία από αυτές, και βρείτε το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου.
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνάει από τα σημεία A και B .
4. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου D από την παραπάνω ευθεία. Να γίνει το ίδιο και για το σημείο C .

Άσκηση 4 Έστω το τρίγωνο ABC με κορυφές $A(0, 0)$, $B(0, 1)$, $C(-1, 0)$.

1. Να βρεθούν η εξίσωση(ευθείας) του ύψους για κάθεμία από τις κορυφές του τριγώνου.
2. Να εξετάσετε αν οι παραπάνω ευθείες τέμνονται όλες σε ένα κοινό σημείο.
3. Να βρείτε την εξίσωση(ευθείας) της διαμέσου για κάθεμία από τις κορυφές του τριγώνου. Υπάρχει σε αυτήν την περίπτωση κοινό σημείο;

4. Να σκεφτείτε πως θα μπορούσατε να βρείτε την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας $\widehat{ABC}$.
5. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου χρησιμοποιώντας τον τύπο του βιβλίου και ύστερα με τον τύπο του εμβαδού.

Άσκηση 5 Έστω οι ευθείες $y = 2$ και $x = 3$. Έστω A το σημείο τομής των δύο αυτών ευθειών. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας, η οποία

- Περνάει από το A .
- Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από αυτήν, τον άξονα $x'x$ και την ευθεία $x = 3$ ισούται με 5.

Άσκηση 6 Να εξετάσετε αν οι ευθείες $3x - y = 9$, $4y - 1 = 0$ και $2 - x = 5y$:

1. Περνούν και οι τρεις από το ίδιο σημείο.
2. Είναι παράλληλες.
3. Είναι κάθετες.
4. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείουν οι τρεις ευθείες (αν ισχύει το ερώτημα 1, το εμβαδόν είναι 0).

Άσκηση 7 Να βρεθεί, αν υπάρχει, το k έτσι ώστε οι ευθείες $ky - x = 2$ και $2k - 4 = y$ να είναι:

- Παράλληλες
- Κάθετες
- Να τέμνονται σε ένα σημείο (πόσα k ικανοποιούν αυτήν την συνθήκη;)

Άσκηση 8 Έστω το τραπέζιο $ABCD$, όπου $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, 2)$ $D(-1, 2)$.

- Να βρεθούν οι πλευρές του που είναι παράλληλες μεταξύ τους.
- Να βρεθεί το εμβαδόν του.
- Έστω ότι προεκτείνουμε τα διανύσματα AD , BC με φορά προς τα θετικά του άξονα $y'y$. Να βρείτε το σημείο τομής τους.

- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ταυτίζεται με μία από τις διαγωνίους του τραπεζίου(διαλέξτε εσείς ποιά).
- Στα τρίγωνα που δημιουργήθηκαν με την παραπάνω διαδικασία, να βρείτε τις εξισώσεις του ύψους που αντιστοιχεί στην CD και της διαμέσου που αντιστοιχεί στην AD.

Άσκηση 9 Να σχεδιάσετε τις ευθείες $(\epsilon) : y = x$ και $(\eta) : y = -x$, για $x > 0$ (δηλαδή μόνο στο πρώτο και στο τέταρτο τεταρτημόριο). Έπειτα, να σχεδιάσετε και την ευθεία $x = 1$. Να βρεθούν τα εξής:

- Την γωνία που σχηματίζουν οι (ϵ) και (η) .
- Το εμβαδόν του τριγώνου που περικλείουν οι τρεις προηγούμενες ευθείες.
- Να βρεθεί ένα σημείο Απ άνω στην $y = x$ το οποίο απέχει 3 μονάδες από το σημείο τομής των ευθειών $y = x$ και $x = 1$.
- Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου Α από την ευθεία (η) .
- **(Δύσκολο)** Να βρεθεί ευθεία n οποία περνάει από το Α και το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από αυτήν και τις ευθείες $y = x$ και $y = -x$ να είναι διπλάσιου από αυτό του πρώτου ερωτήματος.