

Αλγεβρικές Παραστάσεις

Άσκηση 1 Να κάνετε τις πράξεις:

1.

$$\left(2\sqrt{\frac{3}{2}} - 3\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$$

2. $(3\sqrt{2} - 5\sqrt{3})(4\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$

3. $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) - (\sqrt{2} - 1)(3 + \sqrt{2})$

Άσκηση 2 Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

1.

$$A = \sqrt{0.16} - 2\sqrt{\sqrt{81}} + \sqrt{44 + \sqrt{22 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$$

2.

$$B = \frac{2\sqrt{5} - 3\sqrt{204}\sqrt{45} - 2}{3\sqrt{75} - 2\sqrt{48} - \sqrt{27} + 3}$$

Άσκηση 3 Να εκτελεστούν οι πράξεις:

α')

$$\left(\frac{2x^3}{5y^4}\right)^3 \left(\frac{25y}{5x^2}\right)$$

β')

$$\frac{ab}{cd} : \left(\frac{ab^{-3}}{cd^{-3}}\right)^{-2}$$

γ')

$$\left(\frac{(ab^2)^3}{c^{-2}d}\right)^{-4} : \frac{3a^2cd}{b^3}$$

Άσκηση* 4 Να βρεθεί το x στις παρακάτω εξισώσεις:

1.

$$\frac{5^7}{5^x} = 125$$

2. $7^{2x}7^{x+1} = \frac{1}{49}$

3. $6^x6^{x-8} = 1$

Άσκηση 5 Να γραφούν ως γινόμενο παραγόντων οι παρακάτω παραστάσεις:

1. $A = x^2 - 1$
2. $B = x^3 - 2x^2 + x - 2$
3. $C = x(a - b) + y(a - b)$
4. $D = 2x^2(x - 3) - 6x(x - 3)^2$

Άσκηση 6 Να γίνει το ίδιο για τις παραστάσεις:

1. $A = x^3 - x^2 + x - 1$
2. $B = x^3 - 5x^2 + 4x - 20$
3. $C = x^3 + \sqrt{2}x^2 + x\sqrt{2}$
4. $D = 5x^2 - 8xy + 3y^2$

Υπόδειξη: Χωρίστε το $8xy$ σε δύο κατάλληλα μέρη.

Άσκηση 7 Έστω $P(x) = x^2 - 5x + 6$, $Q(x) = x^3 - x + 1$ δύο πολυώνυμα.

1. Είναι ίσα;
2. Να γίνουν οι πράξεις
 - (α') $P(x) - 2Q(x)$
 - (β') $P(2x) - Q(x)$
 - (γ') $P(x^2) - 2Q(2x^3)$

Άσκηση 8 Να εξεταστεί ποιά από τα παρακάτω πολυώνυμα είναι ίσα:

1. $P(x) = x^3 + 2x^2 + 1$, $Q(x) = x^3 + x^2 + 1$
2. $P(x) = x^2 + 3x - 1$, $Q(x) = x^2 + 3x$
3. $P(x) = x^2 - x^4 + 2x^3 - \sqrt{49} + 4x^4$, $Q(x) = 3x^4 + x^3 + x^2 - 7 + x^3$

Άσκηση 9 Να βρεθούν τα k, l έτσι ώστε τα παρακάτω πολυώνυμα να είναι ίσα

1. $P(x) = kx^4 - 2x^3 + l$, $Q(x) = x^4 - 2x^3 + \sqrt{169} - 4x^4$
2. $P(x) = x^2 - klx - 2$, $Q(x) = kx^2 - 2x - l$

Άσκηση 10 Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί

$$A = 5, B = \frac{3x - 1}{2x^2 + 2x + 1}, C = \frac{x + 2}{2x^2 + 2x + 1}$$

αποτελούν πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.

Άσκηση 11 Να δείξετε ότι

$$\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{999 \cdot 1000} = \frac{999}{1000}$$

Υπόδειξη: Προσπαθήστε να δείξετε πρώτα ότι

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$$