

Εξισώσεις-Ανισώσεις

Άσκηση 1 Να λυθούν οι παρακάτω δευτεροβάθμιες εξισώσεις:

α') $x^2 - 5x + 6 = 0$

β') $x^2 - 3x + 5 = 0$

γ') $6x^2 - x - 1 = 0$

δ') $5x^2 + 3 = 0$

ε') $-x^2 + 2x = 0$

ϐ') $x^2 + 6x = 0$

ζ') $(x - 1)^2 - 1 = 0$

η') $x^2 - x + 2x^2 = 0$

θ') $x - x^2 + 10 - 2x = 0$

ι') $x^2 - 2x + 1 = 2$

ια') $x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$

ιβ') $x^2 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$

ιγ') $4x(x - 2) = 11 + (4 - x)^2$

ιδ') $x^2 + 0.5x - 0.5 = 0$

Άσκηση 2 Να βρεθεί η παραγοντοποίηση των παρακάτω εξισώσεων και ύστερα να λυθούν:

1.

$$\frac{x-1}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$$

2.

$$\frac{1}{x-3} + 2x = 4(3-x)$$

3.

$$\frac{x+1}{2x+4} = \frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x+1}$$

Υπόδειξη: Να παραγοντοποιηθεί πρώτα το τριώνυμο στον παρονομαστή.

Άσκηση* 3 Δίδονται οι παραστάσεις

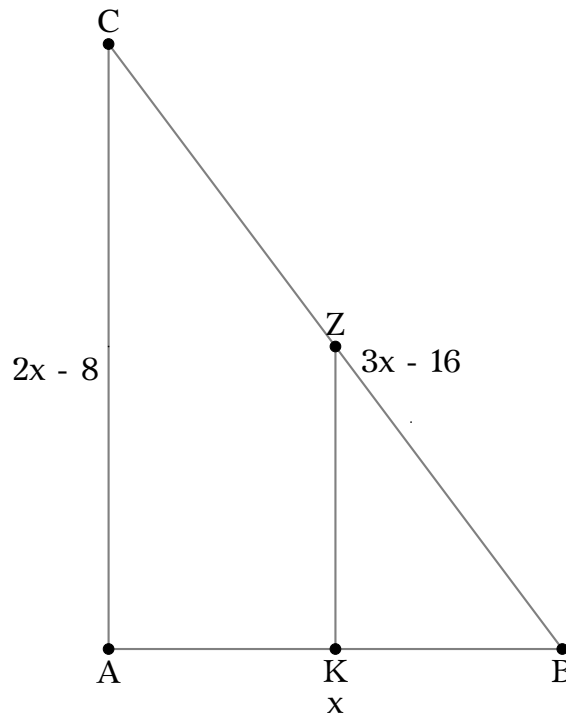
$$A = \frac{x-3}{x}, B = \frac{x-1}{3-x}, C = \frac{3-x^2}{x^2-3x}$$

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $A + C$, $B + C$, $2A - C$.

2. Να λυθεί η εξίσωση $A + B = C$.

Άσκηση 4 Να βρεθούν δύο διαδοχικοί ακέραιοι με άθροισμα τετραγώνων 85.

Άσκηση* 5 Δίδεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο. Να βρεθεί το μήκος της κάθε πλευράς του.



Αν υποθέσουμε τώρα ότι τα K,Z είναι τα μέσα των πλευρών AB, BC αντίστοιχα, να υπολογιστεί το εμβαδόν των δύο σχημάτων που δημιουργούνται, αν φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα KZ.

Άσκηση 6 Να βρεθεί ένας αριθμός, του οποίου το τετράγωνο είναι μεγαλύτερο κατά 27 από το άθροισμα των $\frac{2}{3}$ και των $\frac{5}{6}$ του αριθμού.

Άσκηση* 7 Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η εξίσωση $\lambda x^2 + 2x + 1 = 0$ έχει:

1. Δύο άνισες ρίζες
2. Μία ρίζα
3. Καμία ρίζα

Άσκηση 8 Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 8x - 3 = 0$. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

1. $A = x_1^2 - 2x_2^2$
2. $B = x_1x_2 - x_2$
3. $C = A + B$

Άσκηση 9 Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

α') $-3 < 4 - 3x < 5$

β') $-2 \leq 2 - 5x \leq 1$

γ') $3x - \frac{1-2x}{4} \leq 1 - \frac{x-1}{8}$

δ') $8(2-x) - 1 \geq 2^2(x-2)$

ε') $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} > \frac{1}{6} - \frac{x}{4}$

ϐ') $\frac{2(1-x)}{3} + \frac{1}{2} < 2x + 1$

Ποίες είναι οι ακέραιες τιμές για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις α') και ε');

Άσκηση 10 Να βρεθεί το διάστημα στο οποίο συναληθεύουν τα παρακάτω ζεύγη ανισώσεων:

1. $2x + 1 \geq 9$ και $1 - 3x \leq 2$

2. $\frac{x-1}{2} + 1 < 0$ και $2(1-x) + 3x > 2(7+x)$

Άσκηση* 11 Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε αριθμούς x, y ισχύουν οι παρακάτω ανισώσεις:

1. $x^2 + 1 \geq 2x$

2. $2(1-x^2) + 2x \geq 1-3x^2$

Ειδικότερα, αν το x ικανοποιεί την ανίσωση $\frac{x+1}{2} + \frac{10}{4} > 3$, να δειχθεί ότι $x + \frac{1}{x} \geq 2$.