

ΜΙΑ ΜΑΤΙΑ ΣΤΗΝ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ



Περιεχόμενα

1	Μέρα, εποχές και Χρόνος	3
2	Υπολογισμός αποστάσεων	5
2.1	Ακτίνα της Γής	6
2.2	Απόσταση Ήλιου από την Γη	7
2.3	Σχέση απόστασης και διαμέτρου της Σελήνης	9
2.4	Έκλειψη Ηλίου	10
2.5	Ακτίνα του Ήλιου και της Σελήνης	11
2.6	Παράλλαξη	14
3	Αστερισμοί	17
3.1	Αειφανείς	17
3.2	Αμφιφανείς	19
3.2.1	Άνοιξη	19

Εισαγωγή

Χρειάζεται προσωπική δουλειά για την πλήρη κατανόηση, σε συνδυασμό με απορίες προς εμένα

Κεφάλαιο 1

Μέρα, εποχές και Χρόνος

Ο ορισμός του χρόνου σαν φυσική ποσότητα μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους.

Ως μία χρονική μονάδα μπορεί να οριστεί ο χρόνος που κάνει να βράσει το νερό μίας κατσαρόλας, ο χρόνος που κάνει να καεί ένα κούτσορο κ.τ.λ.

Όμως, οι άνθρωποι ορίζουν τις ποσότητες ώστε να διευκολύνουν την ζωή τους, δηλαδή σύμφωνα με κάτι που έχει άμεση σχέση με την καθημερινή ζωή.

Ο ορισμός του χρόνου, θα ήταν καλύτερο να βασίζεται σε ένα περιοδικό φαινόμενο, δηλαδή ένα φαινόμενο που επαναλαμβάνεται κάθε τόσο.

Ημέρα

Ο ορισμός του χρόνου μίας μέρας είναι πιο δύσκολος απ'ότι φαίνεται, καθώς η διάρκεια που ο ήλιος βρίσκεται στον ουρανό όπως επίσης και οι χρόνοι ανατολής και δύσης αλλάζουν μέσα στην διάρκεια ενός έτους.

Ένας αξιόπιστος οδηγός για τον υπολογισμό του χρόνου είναι ο πολικός αστέρας. Ουσιαστικά, ο άξονας περιστροφής της γής περνάει από αυτόν.

Έτσι, θα μπορούσε κάποιος να καταγράψει μία στιγμή της νύχτας τις θέσεις των άστρων δίπλα στον πολικό αστέρα, και να περιμένει έως ότου ξαναβρεθούν σε αυτές τις θέσεις. Έτσι, θα έχει ορίσει την χρονική διάρ-

κεια της μίας ημέρας.

Μήνας

Κοιτώντας τώρα το δεύτερο πιο χαρακτηριστικό ουράνιο σώμα, την σελήνη, μπορούμε να ορίσουμε την διάρκεια ενός μήνα.

Αυτό γίνεται ως εξής. Παρατηρούμε ότι η σελήνη κάθε μέρα ανατέλλει πιο αργά και αλλάζει σχήμα(γεμίζει ή αδειάζει αναλόγως).

Μετράμε την θέση και το σχήμα της σελήνης κάποια χρονική στιγμή. Ύστερα, περιμένουμε πότε θα ξαναβρεθεί στην ίδια θέση έχοντας το ίδιο σχήμα, και έτσι έχουμε μετρήσει την χρονική διάρκεια ενός μήνα.

Αυτή είναι περίπου 30 ημέρες, καθώς η τροχιά της σελήνης δεν είναι τελείως σταθερή.

Έτος

Για να μετρήσουμε την χρονική διάρκεια ενός έτους, μπορούμε να ξεκινήσουμε την ημέρα της εαρινής ισημερίας, την ώρα που ο ήλιος βρίσκεται στο απώγειο του(ή ανατέλλει).

Ύστερα, μετράμε έως ότου ξαναέρθει εαρινή ισημερία και ο ήλιος βρεθεί την ίδια θέση, και έτσι έχουμε την χρονική διάρκεια του έτους.

Αν το κάνει κανείς, παρατηρεί ότι ισούται με 365 μέρες και 6 ώρες. Για τον λόγο αυτό έχουμε τα δίσεκτα έτη.

Κεφάλαιο 2

Υπολογισμός αποστάσεων

Ένα από τα πρώτα ερωτήματα που έρχονται (ή θα έπρεπε να έρχονται) στο μυαλό ενός φυσικού όταν κοιτάει τον ουρανό, είναι ο καθορισμός των θέσεων και των κινήσεων των ουράνιων σωμάτων.

Με απλά λόγια, κοιτώντας ένα άστρο X, θα ήταν χρήσιμο να ξέρουμε πόσο μακριά είναι και αν κινείται ή όχι.

Το πρόβλημα αυτό είναι σχετικά δύσκολο, και ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίστηκε είναι εξαιρετικά ιδιοφυής.

Στο βιβλίο του "Περί μεγεθών και αποστημάτων", ο Αρίσταρχος υπολόγισε με απίστευτη για τα δεδομένα της εποχής της αποστάσης της Γης από την Σελήνη, της Γής από τον Ήλιο, καθώς και τα μεγέθη αυτών των ουράνιων σωμάτων σε σχέση με την Γη.

Να σημειωθεί ότι όλα αυτά έγιναν πριν την εφεύρεση του τηλεσκοπίου.

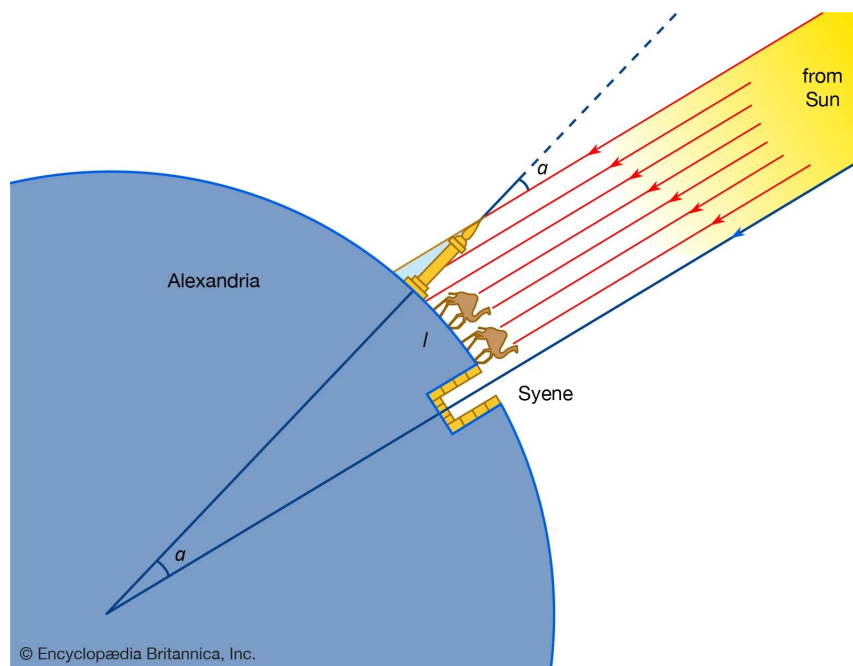
Εδώ θα παρουσιαστούν με μία πιο σύγχρονη μαθηματική γλώσσα, που όμως η μεθοδολογία μοιάζει αρκετά.

Στο τέλος του Κεφαλαίου υπάρχει η βιβλιογραφία, καθώς και διάφορα βίντεο-μαθήματα, τα οποία ενδέχεται να είναι καλύτερο να παρακολουθηθούν πριν την ανάγνωση του παρόντος.

2.1 Ακτίνα της Γής

Για τον υπολογισμό της ακτίνας της γης, ο Ερατοσθένης ακολούθησε τα εξής βήματα(παράλληλα βλέπετε το σχήμα):

- Καθορισμός της ημέρας και ώρας στις οποίες οι ακτίνες του ηλίου πέφτουν κάθετα στην πόλη Συήνη της Αιγύπτου.
- Νοτιή χάραξη μίας ακτίνας από το κέντρο της Γης προς την Συήνη, και μίας προς την Αλεξάνδρεια.
- (Στην πόλη της Αλεξάνδρειας) Μέτρηση της "πάνω" γωνίας του ορθογωνίου τριγώνου, που σχηματίζεται από ένα όρθιο δοκάρι και την σκιά του(την ώρα και μέρα όπου στην Συήνη οι ακτίνες είναι κάθετες). Η "πάνω" γωνία είναι η γωνία δοκαριού-υποτεινουσας.
- Έστω η a η γωνία αυτή. Παρατηρούμε ότι, καθώς οι ακτίνες του ήλιου είναι παράλληλες μεταξύ τους, η νοτιή ευθεία από το κέντρο της γης στο άπειρο τις τέμνει. Έτσι, δημιουργούνται ζεύγη εντός εκτός επί τα αυτά γωνιών.
- Τελικά, η γωνία των ακτινών προς Συήνη και Αλεξάνδρεια είναι ίση με a .



Έχοντας μετρήσει ουσιαστικά την γωνία του τόξου ΑΣ(από την Αλεξάνδρεια στην Συήνη) είναι εύκολο υπολογίσουμε την περίμετρο της Γής.

- Αφού μία γωνία a έχει αντίστοιχο τόξο ΑΣ, τότε η γωνία 360° έχει αντίστοιχο τόξο

$$L = \frac{360^\circ}{a} \text{ΑΣ}$$

Το τόξο της γωνίας 360° όμως είναι η περίμετρος της γής.

- Μέτρηση του τόξου ΑΣ, δηλαδή της απόστασης Αλεξάνδρεια-Συήνη, ώστε να βρεθεί η περίμετρος της Γής L .
- Σε έναν κύκλο, η περίμετρος L δίνεται από τον τύπο

$$L = 2\pi\rho$$

,όπου ρ η ακτίνα.

- Η Γη είναι κυκλική(σχεδόν), οπότε από τον παραπάνω τύπο η ακτίνα της είναι

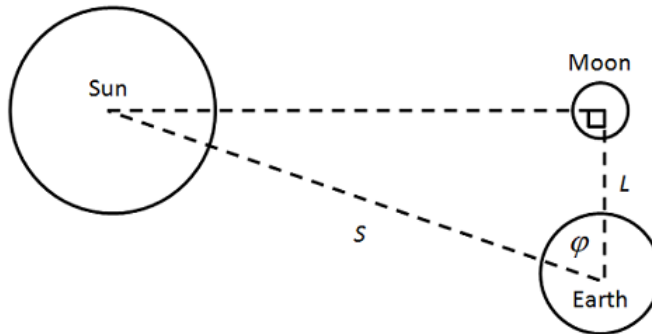
$$\rho = \frac{L}{2\pi}$$

Ο Ερατοσθένης, με τα μέσα της εποχής, μέτρησε την περίμετρο της Γης με εκπληκτική ακρίβεια. Το σφάλμα του ήταν περίπου 350 χιλιόμετρα, που είναι ελάχιστο, αν σκεφτεί κανείς ότι η απόσταση Αθήνας-Θεσσαλονίκης είναι περίπου 500 χιλιόμετρα.

Η ακτίνα της γής, τελικά είναι περίπου 6.371 χιλιόμετρα.

2.2 Απόσταση Ήλιου από την Γη

Αν και δεν μπορούμε να υπολογίσουμε κατευθείαν αυτήν την απόσταση, είναι εφικτό να βρούμε τον λόγο S/L , όπου S είναι η απόσταση της Γης από τον Ήλιο και L η απόσταση της Γης από την Σελήνη(όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα).



Ο Αρίσταρχος υπέθεσε ότι, όταν από την Γη βλέπουμε το φεγγάρι μισό, τότε δημιουργείται το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος (γιατί αυτή η υπόθεση είναι ρεαλιστική;).

Τότε, από την τριγωνομετρία έχουμε

$$\sigma\upsilon\nu(\phi) = \frac{L}{S}$$

Μετρώντας την γωνία ϕ (κάτι το οποίο δεν είναι δύσκολο, καθώς σε αυτήν την φάση η Σελήνη και ο Ήλιος βρίσκονται μαζί στον ουρανό), μπορούμε να βρούμε τον λόγο L/S και συνεπώς τον S/L .

Σύγχρονες μετρήσεις δίνουν ότι $\phi = 89,853^\circ$. Κοιτώντας έναν τριγωνομετρικό πίνακα, βλέπουμε ότι $\sigma\upsilon\nu(89,853) = 0,00256$.

Επομένως

$$S/L = 1/0,00256 = 390$$

Δηλαδή, ο Ήλιος είναι 390 φορές πιο μακριά από την Γη απ'όσο είναι η Σελήνη!

Αυτό θα ισχύει και στις υπόλοιπες φάσεις της Σελήνης, όχι μόνο στην ημισέλινο, καθώς η μετακίνηση θα είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις αποστάσεις.

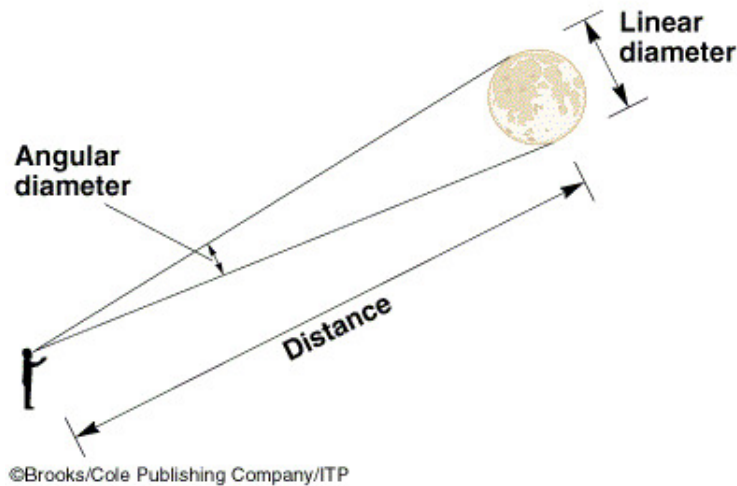
2.3 Σχέση απόστασης και διαμέτρου της Σελήνης

Ένας σχετικά εύκολος υπολογισμός, που όμως είναι αναγκαίος για την συνέχεια είναι ο λόγος της απόστασης της Σελήνης από την Γη προς την διάμετρο της Σελήνης.

Για την μέτρηση αυτή, χρειάζεται να παρατηρήσουμε την Σελήνη την ημέρα της Πανσελήνου.

Υπολογίζουμε την γωνία θ που καταλαμβάνει ο δίσκος της Σελήνης στο ουρανό(στο σχήμα σημειωμένη με τον όρο angular diameter).

Η γωνία αυτή είναι περίπου $0,519^\circ$.



Έστω a η απόσταση της Σελήνης από την Γη. Τότε ορίζεται ένα νοητός κύκλος με κέντρο την Γη(μίκους $2\pi a$), και ακτίνα a , που περιλαμβάνει τον δίσκο της Σελήνης σαν κλάσμα του.

Αν θεωρήσουμε τώρα την διάμετρο της d_l σαν ένα τόξο, ένα μέρος δηλαδή ενός μεγάλου νοητού κύκλου, τότε θα έχουμε την σχέση

$$\frac{d_l}{2\pi a} = \frac{\theta}{360}$$

Έτσι, μπορούμε εύκολα να βρούμε ότι

$$\frac{d_l}{a} = \frac{0,519 \times 2 \times \pi}{360} = 0,009$$

,δηλαδή η διάμετρος της Σελήνης προς την απόσταση της από την Γη ισούται με 0,009.

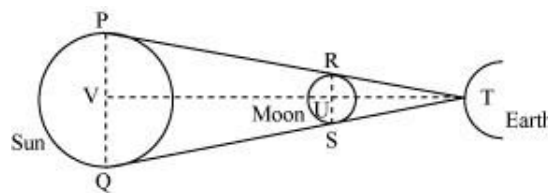
2.4 Έκλειψη Ηλίου

Η έκλειψη Ηλίου, δηλαδή το φαινόμενο κατά το οποίο η Σελήνη περνάει μπροστά από τον Ήλιο και τον κρύβει, μας βοηθάει να βρούμε το πόσο μεγαλύτερος είναι ο Ήλιος από την Σελήνη.

Ένα σημαντικό αποτέλεσμα είναι ότι, ο Ήλιος και η Σελήνη, ή καλύτερα, οι δίσκοι τους, διαγράφουν την ίδια γωνία στον ουρανό, αν παρατηρηθούν από την Γη. Για αυτό λοιπόν, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι μια έκλειψη Ηλίου περιγράφεται από το παρακάτω σχήμα, όπου οι ευθείες TP, QT εφάπτονται με την Σελήνη.

Όπως βλέπουμε, τα τρίγωνα TUR και TVP είναι όμοια, επομένως

$$\frac{PV}{RU} = \frac{TV}{TU}$$



Όμως, ο λόγος στο δεξιό μέρος της εξίσωσης δεν είναι άλλος παρα η απόσταση του Ήλιου από την Γη δια την απόσταση της Σελήνης από την Γη, ο οποίος βρέθηκε σε προηγούμενο υπολογισμό ίσος με 390!

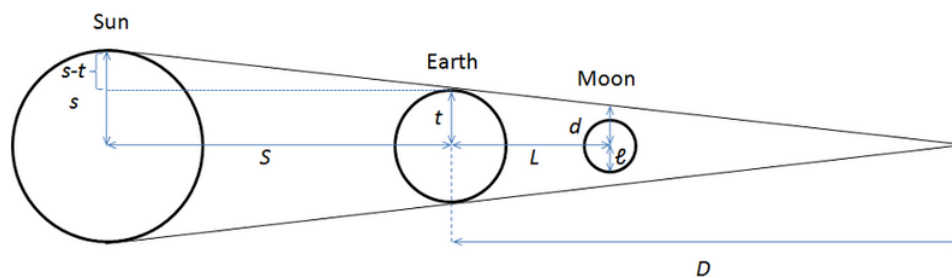
Δηλαδή, η ακτίνα του Ήλιου είναι 390 μεγαλύτερη από την ακτίνα της Σελήνης.

2.5 Ακτίνα του Ήλιου και της Σελήνης

Με τον όρο έκλειψη Σελήνης, εννοούμε το εξής φαινόμενο:

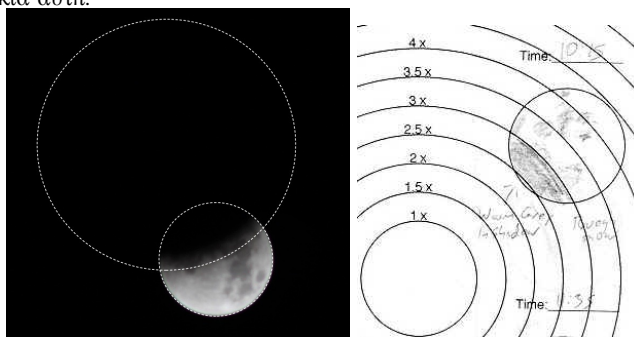
- Καθώς η Σελήνη περιστρέφεται γύρω από την Γη, πολλές φορές περνάει απο πίσω(σε σχέση με τον Ήλιο), για παράδειγμα όταν έχουμε Πανσέληνο. Όμως, το ύψος της τροχιάς της δεν είναι πάντα ίδιο, και έτσι κάποιες φορές να περνάει ακριβώς πίσω από την Γη, με αποτέλεσμα οι φωτεινές ακτίνες του Ήλιου να μπλοκάρονται από την Γη και να μην φτάνουν στην Σελήνη.

Σχηματικά, μπορούμε να πούμε ότι μία έκλειψη Σελήνης φαίνεται κάπως έτσι



Οι Αρχαίοι, παρατήρησαν ότι η ακτίνα της σκιάς της Γής είναι περίπου 2,5 φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα της Σελήνης, (όπως φαίνεται από την Γη). Για να το κάνουν αυτό, φαίνεται πως υπολόγισαν τον χρόνο της έκλειψης, και απλές αρχές κινηματικής.¹

¹Μετρώντας τον χρόνο που η Σελήνη καλύπτεται πλήρως από την Γη, και γνωρίζοντας την ταχύτητα της φαινόμενης κίνησης του φεγγαριού(δηλαδή "πόσες διαμέτρους" διανύει σε δεδομένο χρόνο, μπορούμε να υπολογίσουμε προσεγγιστικά το ζητούμενο. Επίσης, φωτογραφίζοντας κάποια στιγμή της έκλειψης μπορούμε να υπολογίσουμε σε ποιον κύκλο ανήκει η σκία αυτή.



Δηλαδή, με βάση τους συμβολισμούς του σχήματος, έχουμε

$$\frac{d}{l} = 2,5$$

Επίσης, όπως δείξαμε πριν, είναι

$$\frac{S}{L} = 390, \frac{s}{l} = 390 \implies \frac{S}{L} = \frac{s}{l}$$

Μπορούμε να κάνουμε τους εξής υπολογισμούς:

- Λόγω ομοίων τριγώνων, ισχύει

$$\frac{D}{L} = \frac{t}{t-d}, \quad \frac{D}{S} = \frac{t}{s-t}$$

- Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις, έχουμε

$$\frac{\frac{D}{L}}{\frac{D}{S}} = \frac{\frac{t}{t-d}}{\frac{t}{s-t}} \implies \frac{S}{L} = \frac{s-t}{t-d}$$

- Άρα

$$\frac{s}{l} = \frac{s-t}{t-d} \implies \frac{t-d}{l} = \frac{s-t}{s} \implies \frac{t}{l} - \frac{d}{l} = 1 - \frac{t}{s} \quad (2.1)$$

Οι ποσότητες που γνωρίζουμε, είναι οι εξής

$$\frac{d}{l} = 2,5, \quad \frac{s}{l} = 390$$

Επομένως, μπορούμε να γράψουμε την άγνωστη ποσότητα s/t ως

$$\frac{t}{s} = \frac{l}{s} \frac{t}{l}$$

Έτσι,

$$\frac{t}{l} - \frac{d}{l} = 1 - \frac{l}{s} \frac{t}{l}$$

Για την Σελήνη η (2.1),

$$\frac{t}{l} = \frac{1 + \frac{d}{l}}{1 + \frac{l}{s}} = \frac{1 + 2,5}{1 + 1/390} = \frac{3,5}{1,00256} \approx 3,49 \implies l = \frac{t}{3,49} = \frac{6371}{3,49} \approx 1825$$

Δηλαδή, η ακτίνα της Σελήνης είναι περίπου 1825 χιλιόμετρα!

Η τιμή αυτή, αν συγκριθεί με την πραγματική, διαφέρει κατά 100 χιλιόμετρα περίπου. Δηλαδή έχουμε σφάλμα 5,5% στην μέτρηση.

Αυτό προκύπτει από τις προσεγγίσεις που έγιναν παραπάνω. Μια ακτιβέστερη μέτρηση των διαφορών γωνιών, θα δώσει πολύ καλύτερο αποτέλεσμα.

Για τον Ήλιο από τη (2.1),

$$\frac{t}{s} = 1 - \frac{t}{l} + \frac{d}{l} \implies \frac{s}{t} = 1 - 3,49 + 2,5 = 0,01 \implies s = \frac{t}{0,01} = 637.100$$

Δηλαδή, η ακτίνα του Ήλιου είναι 637.100 χιλιόμετρα!

Το σφάλμα μέτρησης εδώ είναι 60.000 χιλιόμετρα, δηλαδή της τάξης του 8%.

Βρήκαμε με σχετική ακρίβεια τα μεγέθη των τριών πιο χαρακτηριστικών ουράνιων σωμάτων, αλλά μπορούμε να βρούμε και τις αποστάσεις μεταξύ τους, κάτι που είναι σημαντικό για διαστημικές αποστολές (επανδρωμένες και μη).

Με τις μεταβλητές του προηγούμενου υπολογισμού, ξέρουμε ότι

- Ο λόγος της απόστασης του Ήλιου από την Γη δια την απόσταση της Σελήνης από την Γη ισούται με 390.
- Ο λόγος της διαμέτρου της Σελήνης προς την απόσταση της από την Γη ισούται με 0,009.

Άρα,

$$\frac{S}{L} = \frac{S}{2l} \frac{2l}{L} \Rightarrow 390 = \frac{S}{2 \times 1825} 0,009 \Rightarrow S = 158.166.666$$

Μπορούμε τώρα να βρούμε και το L ,

$$\frac{S}{L} = 390 \Rightarrow L = \frac{S}{390} = 405.555$$

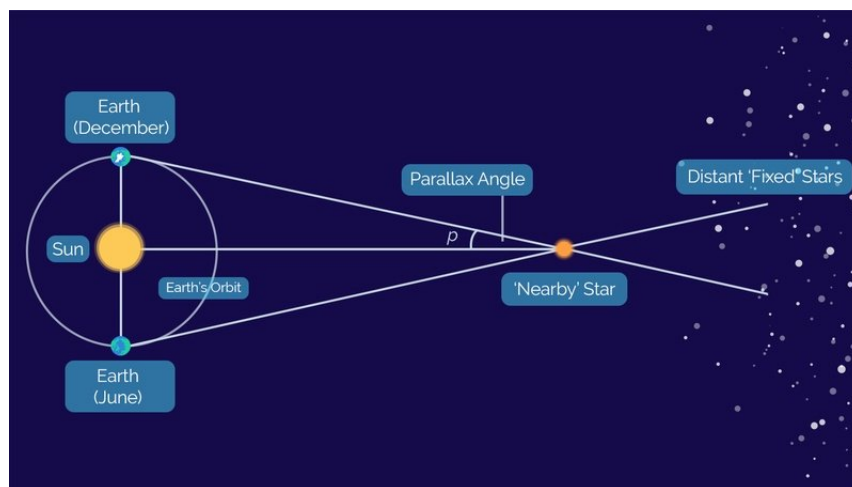
Βρήκαμε δηλαδή ότι η απόσταση της Σελήνης από την Γη είναι 405.555 χιλιόμετρα(σφάλμα 5%) και του Ήλιου από την Γη είναι 156.166.666 χιλιόμετρα(σφάλμα 6%).

2.6 Παράλλαξη

Έχοντας υπολογίσει την απόσταση που χρειάζεται να διανύσει κάποιος για να φτάσει στην Σελήνη ή στον Ήλιο, το ενδιαφέρον είναι λογικό να στραφεί στα υπόλοιπα ουράνια σώματα.

Όμως, σε αντίθεση με τους προηγούμενους υπολογισμούς, εδώ δεν έχουμε τόσα πολλά εργαλεία.

Μία μέθοδος είναι η αστρική παράλλαξη. Ξεκινάμε από την παρατήρηση πως κάποια άστρα του ουρανού μετακινούνται με τον χρόνο, κάνουν δηλαδή κάτι σαν ταλάντωση στον έναστρο ουρανό και έπειτα απο 12 μήνες(1 έτος) ξαναγυρίζουν στην αρχική τους θέση. Για αυτά τα άστρα, η μεθοδολογία είναι η εξής:



- Παρατηρούμε το άστρο μία χρονική στιγμή A.
- Ύστερα από 6 μήνες, η Γη βρίσκεται στο αντιδιαμετρικό σημείο της τροχιάς της(σε σχέση με την στιγμή A). Παρατηρούμε εκ νέου το άστρο. Η θέση είναι διαφορετική. Μετράμε την γωνία, την οποία θεωρητικά διέγραψε καθώς μετακινήθηκε στον ουρανό.
- Παρατηρούμε ότι η νοητή ευθεία από τον Ήλιο στο Άστρο, διχοτομεί την γωνία.

Έχοντας κάνει τα παραπάνω, είναι απλό να κάνουμε τον υπολογισμό

$$\eta\mu\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1AU}{d} \implies d = \frac{1AU}{\eta\mu\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

Βιβλιογραφία

- [1] Jacod, J., Protter, P. (2004). Probability Essentials. In Universitext. Springer Berlin Heidelberg.
- [2]
- [3] https://www.youtube.com/watch?v=I5ntat4mKbQ&list=PLX2gX-ftPVXXdss8xLuisCrwJchcf_9Hf&ab_channel=MichelvanBiezen
- [4] https://www.youtube.com/watch?v=urgYWNCN-RA&t=1106s&ab_channel=PhysicsExplained

Κεφάλαιο 3

Αστερισμοί

3.1 Αειφανείς

Κασσιόπη

Ήταν βασίλισσα της Αιθιοπείας, με σύζυγο τον Κηφέα(γείτονας αστερισμός) και κόρη την Ανδρομέδα.

Ισχυρίσθηκε πως είναι ομορφότερη των θαλάσσιων νυμφών, των Νηρηίδων. Έτσι, τιμωρήθηκε από τον Ποσειδώνα, ο οποίος την τοποθέτησε στον Ουρανό, καταδικασμένη να γυρνάει γύρω από τον πολικό αστέρα, τον μισό χρόνο ανάποδα.

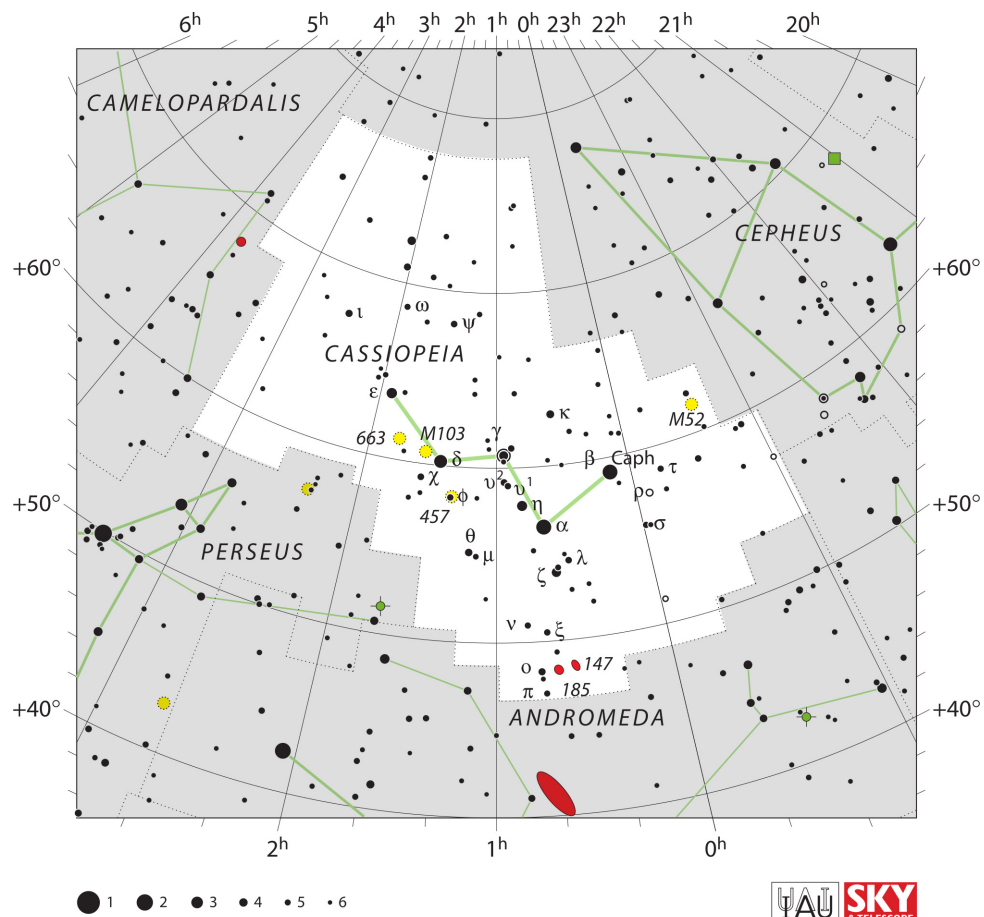
Η κόρη της δέθηκε σε μία πέτρα, ως θήραμα για το Κήτος, σώθηκε όμως αργότερα από τον Περσέα.

Στην Ελλάδα είναι αειφανής αστερισμός, όμως είναι ευκολότερα ορατός από τον Σεπτέμβριο έως τα τέλη Νοέμβριου. Ο γαλαξίας της Ανδρομέδας, που είναι ορατός με γυμνό μάτι, μπορεί να βρεθεί εύκολα αν παρατηρήσουμε την Κασσιόπη.

Ο εντοπισμός της βοηθάει πολύ και στον εντοπισμό του πολικού αστέρα, καθώς το εσωτερικό του γράμματος Μ που φαίνεται να σχηματίζει, είναι στραμμένο πάντα προς τον Βορρά.



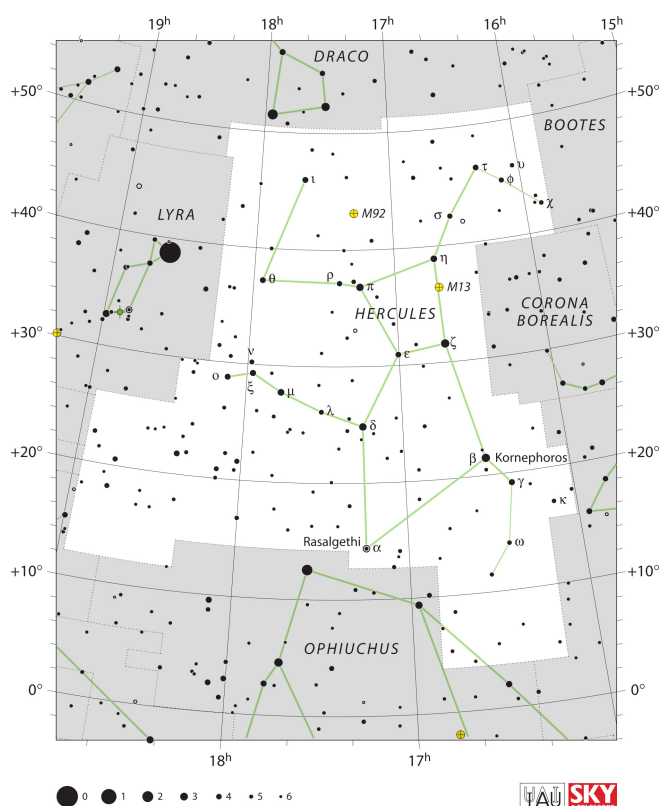
Σχήμα 3.1: Καλλιτεχνική αναπαράσταση του αστερισμού της Κασσιοπέας, *Urania Minor, A Celestial Atlas Jamieson*



3.2 Αμφιφανείς

3.2.1 Άνοιξη

Ηρακλής



Στον γυρισμό του από την Ιβηρική χερσόνησο, έχοντας σκοτώσει τον Γυρουνόη και έχοντας πάρει τα βόδια του, βρέθηκε στην περιοχή της Λιγυρίας.

Εκεί πάλεψε με δύο γίγαντες, και η μάχη ήταν δύσκολη. Για αυτό προσευχήθηκε στον Δία, τον πατέρα του. Με την βοήθεια του τελευταίου, ο Ηρακλής νίκησε την μάχη.

Ο αστερισμός απεικονίζει τον Ηρακλή κατά την προαναφερθείσα προσευχή του(στην εικόνα είναι ανάποδα).